

## MODELAMENTO DE UM SENSOR DE PRESSÃO MICROELETROMECHANICO

FONTES, M. B. A.

*Faculdade de Tecnologia de São Paulo - Departamento de Sistemas Eletrônicos  
marcelo.bariatto@fatec.sp.gov.br*

*Modeling a Microelectromechanical Pressure Sensor*

Eixo Tecnológico: Controle e Processos Industriais.

### Resumo

A tecnologia de Sistemas Microeletromecânicos (MEMS) consiste na fabricação de sensores, atuadores e transdutores na escala micrométrica, apresentado baixo tempo de resposta, valores confiáveis, alta sensibilidade e baixo custo de fabricação. Os micros sensores de pressão possuem uma ampla gama de aplicações em diversas áreas, englobando desde a indústria automotiva e processos de produção e equipamentos médicos. Este trabalho tem como objetivo a comparação dos resultados experimentais e simulados, através do simulador multifísico COMSOL®, realizados em trabalhos anteriores, com uma análise teórica da piezoresistividade do silício monocristalino dopado, nas curvas características do micros sensor de pressão MEMS. O micros sensor de pressão é baseado em piezoresistores difundidos sobre uma membrana de silício, obtida pelo processo de corrosão anisotrópica do silício em KOH (hidróxido de potássio). A resposta elétrica do micros sensor é obtida por meio de um circuito em ponte de Wheatstone, no qual a diferença de potencial ( $V_{out}$ ) é função da variação de resistência dos piezoresistores submetidos à pressão. A análise teórica foi baseada no estudo de deformação mecânica do silício monocristalino e sua influência na piezoresistividade e conseqüentemente na resposta elétrica do micros sensor. Resultados experimentais e simulados indicaram que  $V_{out}$  varia linearmente com a pressão, apresentando uma sensibilidade de  $1,99\mu V/kPa/V$  e  $1,85\mu V/kPa/V$ , respectivamente. O resultado teórico obtido neste trabalho foi de  $1,32\mu V/KPa/V$ , 33,6% e 28,6% respectivamente menores.

**Palavras-chave:** *Sistemas microeletromecânicos (MEMS), Micros sensor de pressão, Piezoresistividade, Análise teórica.*

### Abstract

The technology of Microelectromechanical Systems (MEMS) consists in the manufacture of sensors, actuators and transducers in the micrometric scale, presenting low response time, reliable values, high sensitivity and low manufacturing cost. Pressure microsensors have a wide range of applications in several areas, ranging from the automotive industry and production processes to medical equipment. This work aims to compare the experimental and simulated results, through the COMSOL® multiphysics simulator, carried out in previous works, with a theoretical analysis of the piezoresistivity of doped monocrystalline silicon, in the characteristic curves of the MEMS pressure micros sensor. The pressure micros sensor is based on piezoresistors diffused over a silicon membrane, obtained by the anisotropic corrosion process of silicon in KOH (potassium hydroxide). The electrical response of the micros sensor is obtained by means of a Wheatstone bridge circuit, in which the potential difference ( $V_{out}$ ) is a function of the resistance variation of the piezoresistors subjected to pressure. The theoretical analysis was based on the study of mechanical deformation of monocrystalline silicon and its influence on piezoresistivity and consequently on the electrical response of the micros sensor. Experimental and simulated results indicated that  $V_{out}$  varies linearly with pressure, with a sensitivity of  $1.99\mu V/kPa/V$  and  $1.85\mu V/kPa/V$ , respectively. The theoretical result obtained in this work was  $1.32\mu V/KPa/V$ , 33.6% and 28.6% respectively lower.

**Keywords:** Microelectromechanical systems (MEMS), Pressure micros sensor, Piezoresistivity, Theoretical analysis.

## 1. Introdução

A tecnologia empregada na construção de Sistemas Micro-Eleto-Mecânicos (MEMS) é de natureza multidisciplinar, uma combinação de conceitos da microeletrônica, engenharia mecânica, ciência dos materiais, física e química, reunidos para produzir sistemas integrados em um único chip, gerando dispositivos capazes de desempenhar funções de sensoriamento, controle e atuação, possuindo vantagens de produção em larga escala, baixo custo de fabricação, elevada reprodutibilidade, confiabilidade e baixo tempo de resposta [1].

Desenvolvida a partir dos anos 80, esta tecnologia vem apresentando rápida evolução em virtude da vasta gama de possíveis aplicações, sendo considerada uma das tecnologias mais promissoras do século XXI [2].

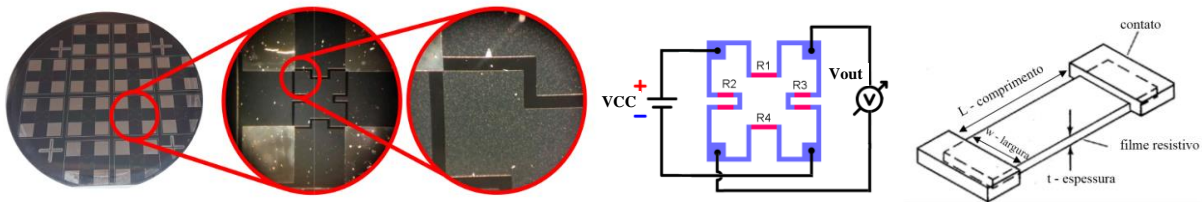
Os microssensores de pressão possuem uma ampla gama de aplicações em diversas áreas, englobando desde a indústria automotiva e processos de produção e equipamentos médicos [3].

Existem diversos tipos de sensores que realizam a transdução mecânica necessária para a medição da pressão, baseadas nos efeitos de piezoresistividade, piezoeletricidade, capacitância variável, ópticos e ressonantes [4].

O microssensor desenvolvido é baseado na utilização de 4 piezoresistores de silício tipo n, difundidos sobre uma membrana de silício tipo p com 5 mm de lado e 215  $\mu\text{m}$  de espessura, obtida pelo processo MEMS, possuindo dimensão quadrada de 15 mm de lado, contatos de alumínio de 5 mm e piezoresistores com largura de linha de 250  $\mu\text{m}$ , onde em uma lâmina de silício (100) com 7,5 cm de diâmetro foram fabricados 12 microssensores [5], Fig. 1. A resposta teórica do microssensor ( $V_{out}$ ), obtida pelo circuito em ponte de Wheatstone é obtida através da Eq. (1).

$$V_{out} = \left( \frac{R3}{R3+R1} - \frac{R4}{R2+R4} \right) \cdot VCC \quad (1)$$

**Fig. 1** - Imagens da lâmina de silício contendo microssensores fabricados e o circuito em ponte de Wheatstone utilizado para sua caracterização elétrica.



Fonte: Sanches (2019).

## 2. Materiais e métodos

### 2.1 Variação da resistência do piezoresistor em função da pressão

A resistência elétrica de um material qualquer é dada pela segunda lei de ohm, onde  $\rho$  é a sua resistividade, L o comprimento do material, w sua largura e t sua espessura, Fig. 1:

$$R = \rho \frac{L}{wt} \quad (2)$$

A resistência de um piezoresistor em função da pressão  $R_{(P)}$  e sua resistência inicial na ausência de pressão aplicada  $R_{(P=0)}$ , estão relacionadas por:

$$R_{(P)} = R_{(P=0)} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta R}{R} \right) \quad (3)$$

*Anais da VII Mostra de Docentes em RJJ*

Ao ser submetida a uma força de deformação, a variação de resistência será dada por:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \left( \frac{\Delta w}{w} + \frac{\Delta t}{t} \right) \quad (4)$$

Supondo desprezível a variação da espessura, a expressão fica:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta w}{w} \quad (5)$$

### 2.1.1 Variação da resistividade em um resistor em função da pressão ( $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ )

O efeito piezoresistivo é a mudança na resistividade de um material causada pela aplicação de uma tensão mecânica. O fenômeno conhecido é bastante grande em semicondutores. Visto que a deformação que pode ser introduzida em um cristal é geralmente pequena, apenas a teoria linear da relação entre resistividade e deformação é de interesse [1]. A dependência linear mais geral da mudança na resistividade causada pelo estresse mecânico é dada por:

$$\Delta \rho_{ij} = \sum_{k,l} \pi_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (6)$$

Onde  $\pi_{ijkl}$  são os coeficientes piezoresistivos,  $\sigma$  é a tensão mecânica e  $\Delta \rho$  é a mudança na resistividade causada pelo estresse aplicado. O tensor de piezoresistência completo para silício (100) é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \rho_1 \\ \Delta \rho_2 \\ \Delta \rho_3 \\ \Delta \rho_4 \\ \Delta \rho_5 \\ \Delta \rho_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde o tensor  $\Delta \rho$  relaciona as mudanças na resistividade com o estresse para às seis direções cristalográficas no silício;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , e  $\sigma_3$  representam tensões normais e  $\sigma_4$ ,  $\sigma_5$ , e  $\sigma_6$  são tensões de cisalhamento. O coeficiente piezoresistivo relaciona a mudança fracionária na resistência à tensão aplicada.

Para um resistor difundido sujeito a componentes de tensão longitudinal e transversal  $\sigma_l$  e  $\sigma_t$ , respectivamente, a mudança de resistência é dada por [1]:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \pi_l \sigma_l + \pi_t \sigma_t \quad (8)$$

onde  $\pi_l$  e  $\pi_t$  são os coeficientes piezoresistivos paralelos (ou longitudinais) e perpendiculares (ou transversais) ao comprimento do resistor.

A explicação atualmente aceita para o efeito piezoresistivo é baseada na formulação de Herring [6] do modelo de condução / banda de valência de muitos vales. Em um semicondutor cúbico, a matriz de coeficientes piezoresistivos contém apenas três valores independentes, convencionalmente rotulado como  $\pi_{11}$ ,  $\pi_{12}$ , e  $\pi_{44}$ . Os coeficientes  $\pi_l$  e  $\pi_t$  pode ser derivado para qualquer direção na forma de cristal a partir desses três coeficientes.

*Anais da VII Mostra de Docentes em RJJ*

Os coeficientes piezoresistivos dominantes para silício tipo n e p são  $\pi_{11}$  e  $\pi_{44}$  respectivamente [6]. A sensibilidade máxima à pressão é alcançada neste caso usando dois resistores paralelos e dois perpendiculares na direção  $\langle 110 \rangle$ , todos localizados próximos à borda da membrana. Os coeficientes piezoresistivos são sensíveis a várias quantidades, como condutividade, orientação, temperatura e nível de dopagem. A dependência da deformação nas diferentes direções do cristal é determinada avaliando os coeficientes piezoresistivos nas direções  $\langle 110 \rangle$ . Os coeficientes piezoresistivos,  $\pi_l$  e  $\pi_t$  são dados por:

$$\pi_l = \frac{\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}}{2} \approx + \frac{\pi_{44}}{2} \quad (9)$$

$$\pi_t = \frac{\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44}}{2} \approx - \frac{\pi_{44}}{2} \quad (10)$$

Considerando que o piezoresistor está em uma membrana de quadrada de lado (b), a tensão máxima na direção x (tensão longitudinal) e a tensão máxima na direção y (tensão transversal), respectivamente, nas bordas para essa estrutura é de [7]:

$$\sigma_l = \frac{\beta_1 p b^2}{t^2} \quad (11)$$

$$\sigma_t = \nu \sigma_l \quad (12)$$

Sendo: p é a pressão aplicada; b a largura da membrana; t = espessura da membrana;  $\beta_1$  = coeficiente geométrico da membrana e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

No sensor de pressão piezoresistivo a variação da resistividade elétrica em função do esforço mecânico (estresse) nos piezoresistores com dopantes tipo n é definido por [1]:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\pi_{11} + \pi_{12}}{2} \cdot (\sigma_l - \sigma_t) \quad (13)$$

Substituindo as Eq. (11) e (12) na Eq. (13) tem-se:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\pi_{11} + \pi_{12}}{2} \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\beta_1 p b^2}{t^2} \quad (14)$$

Para o silício o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) = 0,28 e como o diafragma do sensor é quadrado ( $\beta_1$ ) = 0,3078. Para o silício tipo n  $\pi_{11} = -102,2 \cdot 10^{-11} \text{m}^2/\text{N}$  e  $\pi_{12} = 53,4 \cdot 10^{-11} \text{m}^2/\text{N}$  [7], logo:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -5,4 \cdot 10^{-11} \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2 \quad (15)$$

### 2.1.2 Variação da resistência de um piezoresistor em função das dimensões em função da pressão $\left(\frac{\Delta L}{L}, \frac{\Delta w}{w}\right)$

O estresse mecânico ( $\sigma$ ) em um piezoresistor localizado em uma membrana de lado b e espessura t é diretamente proporcional à pressão aplicada [8]:

$$\sigma = 0,3 \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2 \quad (16)$$

Conhecendo o estresse mecânico, a deformação ( $\epsilon$ ) pode ser calculada através do módulo de Young ( $E$ ) do material, que representa a variação do comprimento ( $\Delta L$ ) ou variação da largura ( $\Delta w$ ), conforme a Eq. (17):

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta w}{w} \quad (17)$$

assim,

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta w}{w} = \frac{0,3 \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2}{E} \quad (18)$$

Utilizando o modulo de Young no valor de  $1,810^{+11} \text{N/m}^2$  [8] e substituindo na Eq. (18) obtém-se:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta w}{w} = 1,710^{-12} \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2 \quad (20)$$

Finalmente combinando a Eq. (15) e Eq. (20) na Eq. (5), obtém-se a equação geral de variação da resistência com a pressão, sendo diretamente proporcional a pressão aplicada e ao quadrado da dimensão lateral da membrana e inversamente proporcional ao quadrado da espessura da mesma. Nota-se também que o termo devido a variação da resistividade é 32 vezes mais relevante em relação ao termo que descreve as variações dimensionais, sendo que estas possuem o valor negativo para os resistores R1 e R4 e positivo para os resistores R2 e R3 devido a seus posicionamentos na membrana de silício, como indicado na Fig. 2.

$$R1_{(P)} = R4_{(P)} = R_{(P=0)} - 5,4 \cdot 10^{-11} \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2 - 1,7 \cdot 10^{-12} \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2 \quad (21)$$

$$R2_{(P)} = R3_{(P)} = R_{(P=0)} - 5,4 \cdot 10^{-11} \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2 + 1,7 \cdot 10^{-12} \cdot P \cdot \left(\frac{b}{t}\right)^2 \quad (22)$$

### 3. Resultados e Discussão

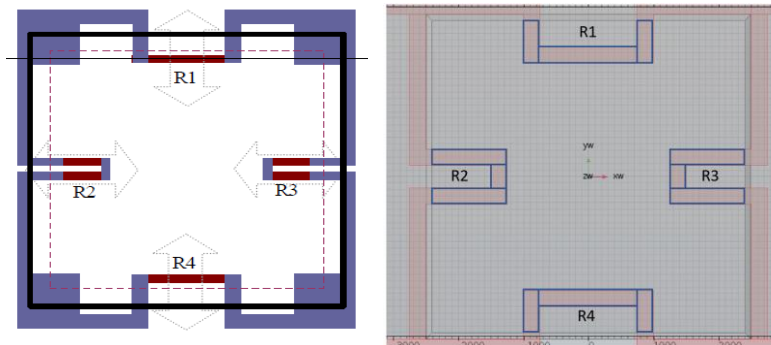
#### 3.1 Variação da resistência do piezoresistor em função da pressão

Como o objetivo é comparar com os resultados experimentais, em todos os casos a faixa de pressão diferencial adotada foi de 0 kPa a 170 kPa, espessura da membrana  $t=215\mu\text{m}$ , lado efetivo da membrana  $b=4,815\text{mm}$  considerando os piezoresistores posicionados 100% na membrana, sofrendo a ação da deformação da mesma.

Porém analisando mais detalhadamente as simulações realizadas através do simulador multifísico COMSOL<sup>®</sup> [5], foi possível observar que os piezoresistores não estão 100% difundidos na membrana do microssensor e sim somente uma porcentagem (R%) dos piezoresistores estavam submetidos à deformação. Pela análise da Fig. 2, determinou-se que apenas 43,08% dos resistores R1 e R4 e 34,67% dos resistores R2 e R3 estão posicionados efetivamente na membrana do microssensor, acarretando valores superestimados de variações dos piezoresistores.

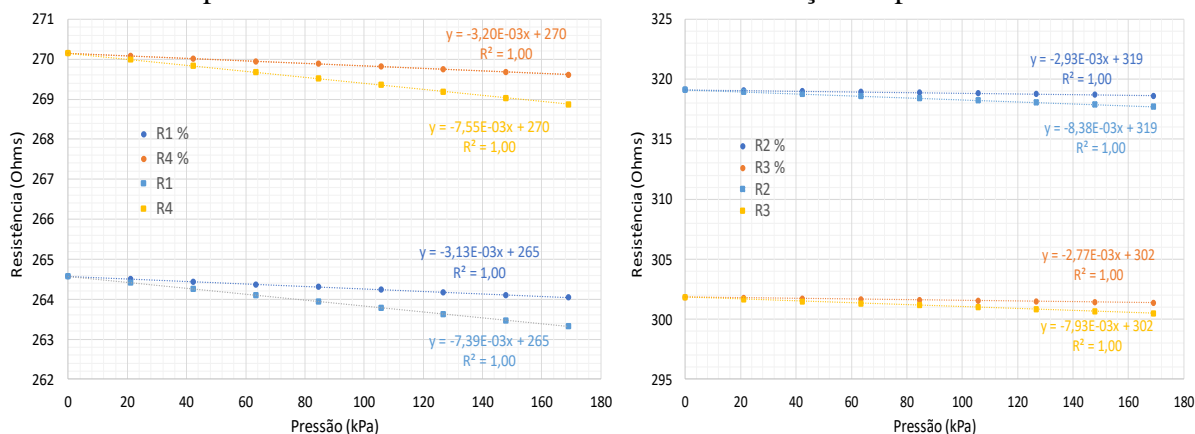
Através destas considerações foram realizados os gráficos da variação da resistência em função da pressão nas duas situações de posicionamento do piezoresistor na membrana, Fig. 3. Foram adotados valores experimentais para o termo  $R_{(P=0)}$ . Pela análise dos gráficos, a variação das resistências foi coerentemente menor considerando sua posição efetiva na membrana.

**Fig. 2** – Imagem indicando a posição dos piezoresistores na membrana e sua variação dimensional pela aplicação de pressão



Fonte: Silva (2021).

**Fig.3** – Gráficos comparativos de variação de R1, R4 e R2 e R3, em função do posicionamento efetivo na membrana e em função da pressão.

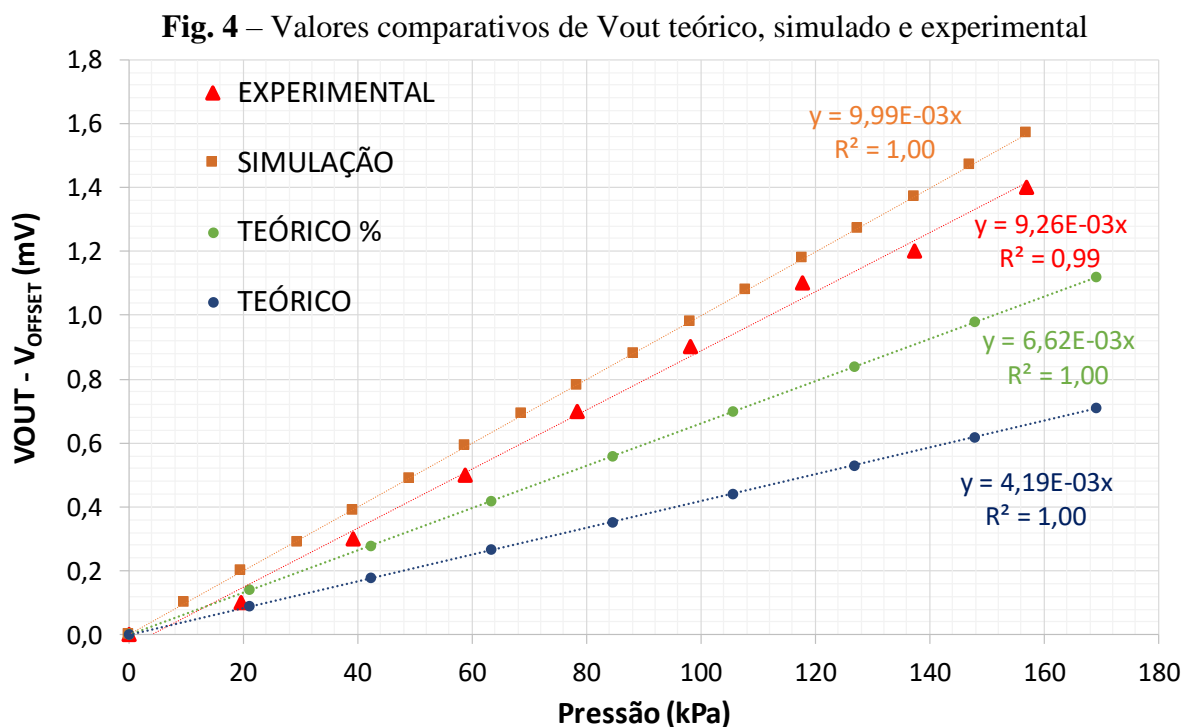


Fonte: Silva (2021).

### 3.2 Variação da tensão de saída do microsensor em função da pressão

Conhecida a variação das resistências em função pressão, através da Eq. (1) obtém-se a saída elétrica ( $V_{out}$ ) do microsensor no circuito em ponte de Wheatstone ( $VCC=5V$ ), considerando as duas condições de posicionamento relativo dos resistores, Fig. 4. Inicialmente, observa-se em todos os casos que  $V_{out}$  varia linearmente com a pressão aplicada e para o caso dos resistores que efetivamente encontra-se na membrana, a variação da tensão de saída do microsensor foi 58% maior e mais próxima dos valores experimentais e simulados, mesmo que os resistores individuais apresentarem menor variação, conforme indicado no item anterior. Por se tratar de uma medida diferencial no circuito em ponte de Wheatstone, a relação entre os resistores é determinante na obtenção de  $V_{out}$  e não seus valores absolutos. Para melhor comparação do sinal de saída foi descontado o valor de  $V_{offset}$ , ou seja,  $V_{out}|_{(p=0)}$ , tanto nos valores teóricos quanto nos experimentais e simulados. Através dos valores da inclinação das retas obtidas, obtém-se a sensibilidade do microsensor pela Eq. 23:

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta P} \quad (23)$$



Fonte: Silva (2021).

Analisando os resultados verificou-se que a sensibilidade da resposta do microsensor experimentalmente foi de  $1,99\mu\text{V/kPa/V}$  e por simulação foi de  $1,85\mu\text{V/kPa/V}$ . O melhor resultado teórico obtido foi de  $1,32\mu\text{V/KPa/V}$ , respectivamente 33,6% e 28,6% menores.

Estes resultados promissores ressaltam a necessidade de um melhor entendimento dos fatores teóricos que devem ser incluídos na atual análise em relação aos utilizados no simulador multifísico COMSOL®, como por exemplo a inclusão do parâmetro da dopagem utilizada na fabricação do microsensor de pressão.

#### 4. Conclusões

Neste trabalho foi proposta a análise teórica da resposta elétrica de um microsensor de pressão fabricado pela tecnologia MEMS em comparação com resultados experimentais e simulados obtidos anteriormente. O microsensor de pressão é baseado em piezoresistores difundidos sobre uma membrana de silício, obtida pelo processo de corrosão anisotrópica do silício em KOH (hidróxido de potássio).

A resposta elétrica do microsensor é obtida por meio de um circuito em ponte de Wheatstone, no qual a diferença de potencial ( $V_{out}$ ) é função da variação de resistência dos piezoresistores submetidos à pressão.

A análise teórica foi baseada no estudo de deformação mecânica do silício monocristalino e sua influência na piezoresistividade e nas dimensões dos resistores e consequentemente nos seus valores ôhmicos e na resposta elétrica do microsensor.

Verificou-se teoricamente que o termo devido a variação da resistividade é 32 vezes mais relevante em relação ao termo que descreve as variações dimensionais.

### *Anais da VII Mostra de Docentes em RJI*

Analisando o trabalho anterior de simulação dos sensores, percebe-se que os piezoresistores não foram difundidos 100% na membrana e sim somente 43,08% para R1, R4 e 34,67% para R2, R3, alterando os resultados das variações das resistências ao sofrerem deformação em função da pressão. Neste caso as variações dos resistores tiveram valores menores, porém resultaram em uma variação de tensão de saída ( $V_{out}$ ) 58% maior e mais próxima dos valores experimentais e simulados.

Analisando os resultados verificou-se que a sensibilidade da resposta do microssensor experimentalmente foi de  $1,99\mu\text{V/kPa/V}$  e por simulação foi de  $1,85\mu\text{V/kPa/V}$ . O melhor resultado teórico obtido foi de  $1,32\mu\text{V/KPa/V}$ , respectivamente 33,6% e 28,6% menores.

Estes resultados promissores ressaltam a necessidade de um melhor entendimento dos fatores teóricos que devem ser incluídos na atual análise em relação aos utilizados no simulador multifísico COMSOL<sup>®</sup>, como por exemplo a inclusão do parâmetro da dopagem utilizada na fabricação do microssensor de pressão.

### **Agradecimentos**

A utilização das facilidades do Laboratório de Sistemas Integráveis (LSI) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), durante o desenvolvimento deste projeto, é fruto de um Convênio Institucional entre o Centro Paula Souza e a Universidade de São Paulo (Convênio nº 003/2021 -CEETEPS-PRC-2021/00100).Agradeço aos alunos que participam e participaram deste projeto como alunos de iniciação científica (bolsa PIBIC) e/ou em seus trabalhos de conclusão de curso: Daniel de Moura Gil, Frederico Wagner Donato Sanchez, Rafaela Minikovski Moreno, Maria Fernanda Oliveira Santos, Jennyfer Santos Barbosa, Micael Cezario da Silva, Hebert Dan Shingaki Yabiku, Renan Nunes Vieira e Kaique Figueiredo Sanches.

### **Referências**

- [1] Madou, M.; **Fundamentals of Microfabrication and Nanotechnology**, Third Edition, Volume One, Two and Three, CRC Press, 2011.
- [2] N. Maluf and K. Williams “**An Introduction to MEMS Engineering**”, Artech House, Inc.2a Ed.2004.
- [3] Coraucci, G.O., “**Sensor de Pressão Microeletrônico Baseado no Efeito Piezoresistivo Transversal em Silício**” Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual de Campinas, 2008.
- [4] Benedict, R. P., **Fundamentals of Temperature, Pressure, and Flow Measurements**, 3ª ed., J. Wiley, New York, 1984.
- [5] Sanches, K. F.; et al. **Desenvolvimento de um Microssensor de Pressão Microeletromecânico**. Boletim Técnico da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, v. 47, p. 17-22, 2019.
- [6] Ranjit S. et al. Mok, **A Silicon Piezoresistive Pressure Sensor**. School of Electrical and Electronic Engineering, School of Mechanical & Manufacturing Engineering. 2002
- [7] Fraga, M. A. et al., **Método analítico para dimensionamento do diafragma de um sensor de pressão piezoresistivo**. Universidade de São Paulo – USP. 2014
- [8] Fuller, L. F. and Sudirgo, S., "Bulk micromachined pressure sensor," **Proceedings of the 15th Biennial University/Government/ Industry Microelectronics Symposium** (Cat. No.03CH37488), Boise, ID, USA, 2003, pp. 317-320, doi: 10.1109/UGIM.2003.1225752.
- [9] Silva, M. C.; **Análise Teórica de um Microssensor de Pressão MEMS**, Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), Faculdade de Tecnologia de São Paulo, p. 58, 2021.